

betrachten“, so liegt darin, wie die folgende Analyse zeigt, keine eigentliche Beschränkung.

Wir verfolgen die Frage, welche Relationen sich festlegen lassen müssen, damit ein Merkmal eines Gegenstandes „meßbar“ ist⁴. Zunächst erfordert das einfache Beschreiben eines Merkmals schon die Definition einer *Gleichheitsbeziehung* (symmetrisch, transitiv, reflexiv): „Das betrachtete Merkmal des Gegenstandes A findet sich beim Gegenstand B vor“. Man vereinfacht die Notierung einer Beschreibung, indem man den verschiedenen Merkmalen einer Folge sich gegenseitig ausschließender Merkmale (und entsprechend bei mehreren solchen Folgen) verschiedene Zahlen zuordnet (etwa in der Statistik), und zwar so, daß jede gewählte Zahl für genau ein Merkmal steht — und zweckmäßigerweise auch umgekehrt. *Jede eindeutige Abbildung der gewählten Zahlenmenge auf eine andere ist wieder eine zulässige Numerierung.*

Nun soll das betrachtete Merkmal fortan insbesondere ein Quantum sein, d. h. es soll dem Gegenstand in stärkerem oder schwächerem Grade (Intensität) in kontinuierlicher oder diskontinuierlicher Folge zukommen können. Die Definition eines Quantums bedeutet jeweils die Erklärung einer *Ordnungsbeziehung* (asymmetrisch, transitiv), und zwar speziell der Ordnungsbeziehung „größer“ und damit ihrer Inversen „kleiner“. Dem entspreche die Ordnung der „Intensitätsskala“, d. h. die Ordnung der den einzelnen Intensitäten als Merkmalen zuzuordnenden Zahlen. *Jede ein-eindeutige und zugleich monotone Abbildung einer solchen Skala ist wieder eine mögliche Skala dieser Intensitäten.*

Zu dem, was wir „Messung“ nennen, bedarf es über diese den Intensitäten innewohnende Ordnungsbeziehung hinaus einer *Ordnungsbeziehung der Intensitätsunterschiede*, damit nicht nur gesagt werden kann, wann eine Intensität größer oder kleiner ist als eine gleichartige Intensität (z. B. Temperatur oder Härte), sondern auch, wann ein Intensitätsunterschied größer oder kleiner als der Unterschied zweier anderer gleichartiger Intensitäten ist. Diese ist im Gegensatz zu der Ordnungsbeziehung der Intensitäten selbst nicht mit diesen zwangsläufig gegeben⁵, es besteht vielmehr für die Festlegung der Ordnungsbeziehung der Intensitätsunterschiede eine große Willkür. (Diese wird freilich *praktisch* weitgehend eingeengt, aber die Frage nach praktisch brauchbaren Meßvorschriften steht hier nicht zur Debatte.) Grundsätzlich kann man unter allen möglichen Intensitätsskalen einer Größe (nach Obigem eine Gesamtheit von ein-eindeutig und monoton aufeinander abbildbaren Skalen) irgendeine auswählen und übereinkommen, die Intensitäten durch die zugeordneten Zahlen gerade dieser Skala zu messen. Eben indem ich so oder anders irgendwie eine Ordnung der Intensitätsunterschiede festlege, lege ich im wesentlichen das Maßsystem fest. Habe ich das erst getan, so sind, wie man sofort

⁴ Anregungen entnehme ich C. Runge, Maaß und Messen, Enzykl. d. Math. Wiss., Bd. V, Leipzig 1903, S. 3 ff., und B. Bavinck, Ergebnisse und Probleme der Naturwissenschaften, 7. Aufl., Leipzig 1941, S. 249.

schließt, *alle dann noch möglichen Skalen einander ähnlich*: Nur die Wahl des Skalen-Nullpunkts und der Skalen-Einheit bleibt noch frei. Und daraus folgt zwingend die „absolute Bedeutung der relativen Größe“.

⁵ *Praktisch* kann natürlich mit der Ordnung der Intensitäten auch die Ordnung der Intensitätsunterschiede gegeben, zumindest nahegelegt sein, etwa wenn der Unterschied zweier Größen wieder eine Größe derselben Art ist (z. B. Länge, Masse), und gerade solchen Größen kommt für die Methodologie der physikalischen Maßsysteme eine besondere Bedeutung zu.

Richtungsfokussierung zweiter Ordnung geladener Teilchen in homogenen Magnetfeldern

Von Heinrich Hintenberger

Kaiser-Wilhelm-Institut für Chemie, Tailfingen

(Z. Naturforsch. 3a, 669—370 [1948]; eingeg. am 5. Nov. 1948)

Die Wirksamkeit homogener magnetischer Felder als Zylinderlinsen für geladene Teilchen ist allgemein bekannt. Es handelt sich dabei in der Regel um eine Fokussierung erster Ordnung, d. h. die von einem Punkt ausgehenden Strahlen werden in einem Bild vereinigt, dessen Ausdehnung bei Abbildung durch ein schmales Strahlenbündel der Winkelweite 2α in erster Näherung von α verschwindet. Während bei der ersten Näherung nur die Richtungen der Tangenten der Feldgrenzen an der Ein- und Austrittsstelle eine Rolle spielen, hängt eine Fokussierung zweiter Ordnung auch von den Krümmungsradien R_1 und R_2 der Feldgrenzen an der Ein- und Austrittsstelle des Mittelstrahls ab. Spezielle Fälle, bei denen bei geraden und gekrümmten Feldgrenzen Richtungsfokussierung zweiter Ordnung erreicht werden kann, wurden in einer früheren Arbeit behandelt¹. Kurz vorher hatte auch schon Bainbridge² auf die Möglichkeit, mit kreisförmigen Feldgrenzen Fokussierung zweiter Ordnung zu erreichen, hingewiesen und für senkrechten Ein- und Austritt und symmetrische Abbildung Formeln für die Krümmungsradien der Feldgrenzen angegeben.

Untersucht man die allgemeinen Bedingungen, unter denen ein divergentes Bündel geladener Teilchen gleicher Energie und Masse, die von einem Punkt ausgehen, nach Ablenkung in einem homogenen Magnetfeld auch in zweiter Ordnung wieder in einem Punkt gesammelt werden, so zeigt sich, daß jede Fokussierung erster Ordnung zu einer Fokussierung zweiter Ordnung gemacht werden kann, wenn die Krümmungsradien der Feldgrenzen R_1 und R_2 der folgenden Bedingungen genügen:

$$r \left\{ \gamma_1 / R_1 + \gamma_2 / R_2 \right\} = c_1 + c_2.$$

¹ H. Hintenberger, Z. Naturforsch. 3a, 125 [1948].

² K. T. Bainbridge, 7th Solvay Congress in Chemistry, 21.—28. September 1947.



Es bedeuten dabei:

$$\gamma_{1,2} = \frac{1}{\cos^2 \varepsilon_{1,2} \sqrt{\left[1 + \left(\frac{r}{l_{1,2}} + \operatorname{tg} \varepsilon_{1,2}\right)^2\right]^3}},$$

$$c_{1,2} = \frac{r^2}{l_{1,2}^2} \frac{\left[\frac{r}{l_{1,2}} + 3 \operatorname{tg} \varepsilon_{1,2}\right]}{\sqrt{\left[1 + \left(\frac{r}{l_{1,2}} + \operatorname{tg} \varepsilon_{1,2}\right)^2\right]^3}},$$

- r = Bahnradius der Teilchen im Magnetfeld,
 l_1 = Abstand des Gegenstandspunktes vom Eintrittspunkt des Mittelstrahls ins Magnetfeld,
 l_2 = Abstand des Bildpunktes vom Austrittspunkt des Mittelstrahls aus dem Magnetfeld,
 ε_1 = Winkel zwischen dem Vektor \vec{EP}_1 (E = Eintrittspunkt des Mittelstrahls, P_1 = Gegenstandspunkt) und der Normalen auf die Feldbegrenzung im Eintrittspunkt,
 ε_2 = Winkel zwischen dem Vektor \vec{AP}_2 (A = Austrittspunkt des Mittelstrahls, P_2 = Bildpunkt) und der Normalen auf die Feldgrenze im Austrittspunkt des Mittelstrahls. Die Normalen zeigen vom Magnetfeld weg. ε ist positiv, wenn mit wachsendem ε sich die Spitze der Normalen vom Mittelpunkt der mittleren Kreisbahn entfernt.
 R_1 = Krümmungsradius der Feldgrenze im Eintrittspunkt des Mittelstrahls,
 R_2 = Krümmungsradius der Feldgrenze im Austrittspunkt des Mittelstrahls,
 R_1 bzw. R_2 zählt positiv, wenn das Feld an der Ein- bzw. Austrittsstelle konvex, negativ, wenn es konkav ist.

Die obige Formel gilt auch für den Fall, daß eine oder beide Feldgrenzen gerade sind. Ist eine Grenze gerade, so ist z. B. $1/R_1 = 0$ und $r/R_2 = (c_1 + c_2)/\gamma_2$. Sind beide Feldgrenzen gerade, so ist $c_1 + c_2 = 0$.

Eine genaue Ableitung und Diskussion dieser Beziehungen und ihrer Anwendungsmöglichkeiten wird bei anderer Gelegenheit gegeben werden. Die in der früheren Arbeit¹ abgeleitete Fokussierungsbedingung entspricht dem Spezialfall

$$\frac{r}{R_1} \gamma_1 = c_1 \quad \text{und} \quad \frac{r}{R_2} \gamma_2 = c_2.$$

Zum galvanischen Element Na-Amalgam/NaOH/CuO

Von Helmut Jedlicka*

(Z. Naturforschg. **3a**, 670—671 [1948]; eingeg. am 29. April 1948)

An anderer Stelle wurde über die Oxydation der Alkalimetalle im galvanischen Element und die technischen Ausblicke hierzu berichtet¹. Weitere Untersuchungen am Element Na-Amalgam/NaOH/CuO ergaben folgende physikalische Besonderheiten:

* Schwenningen a. N., Austraße 20.

a) Die Spannung des Elementes ist entgegen den ersten Annahmen nur wenig von der Amalgamkonzentration der negativen Elektrode abhängig. Eine Konzentrationsänderung des Na-Gehaltes von 0,003 Gewichtsprozent auf 0,1% ergibt unter Belastung des Elementes einen Spannungsanstieg von etwa 0,1 V. Bei einer Änderung der Konzentration im Verhältnis 1 : 100 von 0,003 zu 0,3% Na-Gehalt werden etwa 0,2 V Spannungserhöhung beobachtet. Bei Änderungen von 0,3 auf 1,5 Gewichtsprozent Na-Gehalt tritt dagegen keine bleibende Spannungserhöhung mehr auf. Das Optimum liegt demnach offenbar bei kleinem Na-Gehalt, und zwar bei etwa 0,2—0,3 Gewichtsprozent.

b) Das Element arbeitet bei praktisch unveränderter Leistung mit der Amalgamelektrode auch noch bei einem Na-Gehalt von ungefähr 0,0003%. Die Herabsetzung der Amalgamkonzentration von 0,003 auf etwa 0,0003 Gewichtsprozent ergibt eine Spannungsverminderung von etwa 0,07 V bei konstanter Stromlieferung.

Der Versuch wurde so durchgeführt, daß in ein 3-l-Glas mit 1,678 kg Hg am Boden als Negative (Oberfläche etwa 158 cm²) und elektrolytisch oxydiertem Kupferdrahtgewebe als Positive sowie mit 10-proz. NaOH als Elektrolyt, ein linsenförmiges Korn von festem 23-proz. Na-Amalgam mit 0,05 g Na-Gehalt eingeworfen wurde. Dies entspricht anfangs rd. 0,003 Gewichtsprozent Na-Gehalt zum Hg. Bei konstanter Belastung mit 0,2 A betrug die Spannung

| | |
|-------------|--------|
| nach 2 Min. | 1,57 V |
| 3 | 1,59 |
| 8 | 1,59 |
| 10 | 1,56 |
| 12 | 1,52 |
| 13 1/2 | 1,23 |
| 14 | 1 |

dann folgt ein schneller weiterer Abfall. Nach 12 Min. wurden somit $0,2 \text{ h} \times 0,2 \text{ A} = 0,04 \text{ Ah}$, das sind rd. 90% der insgesamt geleisteten Energie, unter Absinken von nur 0,07 V erreicht. Dementsprechend dürfte die Amalgamkonzentration nach 12 Min. auch ungefähr auf $1/10$ des Anfangswertes abgesunken sein.

c) Es ist für die Leistung des Elementes (gemessen in VAh) ohne großen Einfluß, ob auf die Quecksilberoberfläche der negativen Elektrode ein mehr oder weniger großes Stück festes, insbesondere 23-proz. Na-Amalgam geworfen wird, das auf der Hg-Oberfläche hin und her schwimmt und dort nur langsam verschwindet, oder ob das gleiche Stück Na-Amalgam bzw. ein äquivalentes Stück Na vorher in der 350-fachen Menge Quecksilber unter Petroleum aufgelöst und dieses schwache Amalgam dann in die Zelle geschüttet und dabei mit dem Elektrodenquecksilber durch Rühren gut vermischt wird. Auch dieser Versuch wurde mit der unter b) beschriebenen Zelle durchgeführt. Die Menge des insgesamt zugefügten 0,07-proz. Amalgams (67,5 g) war im Verhältnis zum Elektrodenquecksilber klein.

¹ H. Jedlicka, Zur Oxydation der Alkalimetalle im galvanischen Element, Angew. Chem. (A) **60**, 282 [1948].